



ASTANA PHYSICS BATTLES

---

---

# ЗАДАЧИ АСТАНИНСКИХ ФИЗИЧЕСКИХ БОЕВ

ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП

---

АВТОР ЗАДАЧ: БИСИМБИ Д.  
ИЛЛЮСТРАЦИИ: НЕТАЛИЕВА Д.  
ВЕРСТКА: ХАСЕНОВ Н.

## Содержание

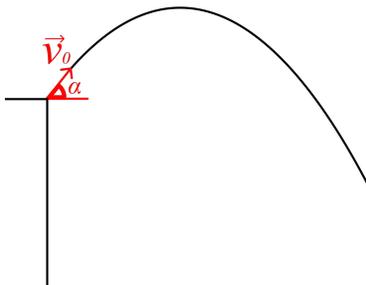
<b>1</b>	<b>Условия Задач</b>	<b>1</b>
1.1	Оригинальная Задача . . . . .	1
1.2	Crossy Road . . . . .	1
1.3	Скованные одной цепью . . . . .	2
1.4	Плохой Термометр . . . . .	3
1.5	Что Если? . . . . .	3
1.6	Оптимальная Система . . . . .	3
1.7	Всплыло . . . . .	4
1.8	Потенциально Странно... . . . . .	4
1.9	Показалось . . . . .	5
1.10	Небесные Фантазии . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Решения Задач</b>	<b>6</b>
2.1	Оригинальная Задача . . . . .	6
2.2	Crossy Road . . . . .	7
2.3	Скованные одной цепью . . . . .	8
2.4	Плохой Термометр . . . . .	9
2.5	Что Если? . . . . .	10
2.6	Оптимальная Система . . . . .	10
2.7	Всплыло . . . . .	10
2.8	Потенциально Странно... . . . . .	11
2.9	Показалось . . . . .	11
2.10	Небесные Фантазии . . . . .	12
	<b>Наши спонсоры</b>	<b>13</b>

## 1 Условия Задач

В данном разделе будут расположены задачи начального уровня.

### 1.1 Оригинальная Задача

Тело с края обрыва высотой  $h_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту. Случайный прохожий заметил что через 0,6 секунд скорость стала минимальной по модулю и равной  $V_{min} = 8$  м/с.

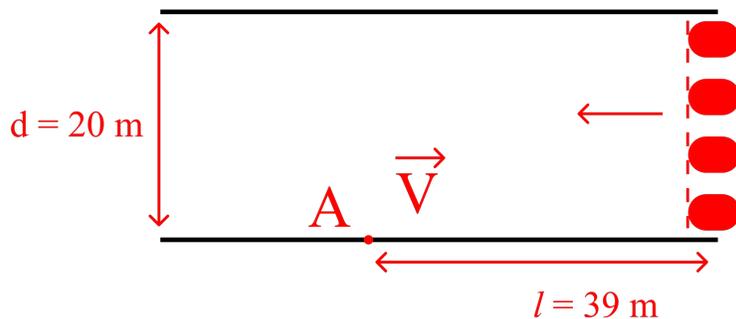


Помогите внимательному прохожему определить:

- Найдите модуль начальной скорости.
- Найдите  $\text{tg } \alpha$  начальной скорости к горизонту.

### 1.2 Crossy Road

По одному из проспектов Алматы молодой олимпиадник по русскому языку Ильяс опаздывает на заключительный тур. Ему срочно нужно перейти дорогу, однако поблизости нет ни одного пешеходного перехода. И вот наш юный друг решил перебежать дорогу шириной  $d = 20$  м. Ильяс начинает движение с точки А в любом из возможных направлений с

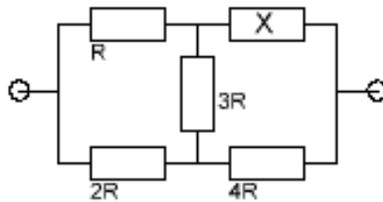


максимальной скоростью  $V = 4$  м/с. В тот момент как Ильяс начал переходить дорогу, с ближайшего светофора, расстояние до которого составляет

$l = 39\text{м}$ , тронулся ряд машин. Считайте что все машины движутся в одном направлении со скоростью  $U = 8\text{м/с}$ . Ильяс может бежать только в одном направлении, помогите нашему другу перебежать дорогу.

- а) На каком расстоянии до соседнего края Ильяса собьет машина, если он будет бежать перпендикулярно дороге?
- б) Какой путь пройдет Ильяс по самому «безопасному» маршруту через дорогу? (Самым безопасным путём считается такой, когда расстояние до машин всегда наибольшее возможное)
- в) При каком расстоянии до светофора перебежать дорогу вовремя становится невозможно?
- д) Какие выводы можно сделать?

### 1.3 Скованные одной цепью



Роман собрал цепь так, как показано на рисунке. К клеммам А и В он подключил источник питания с напряжением  $U$  и последовательно амперметр. Роман вывел что показания амперметра зависит от  $R$  следующим образом:

$$I = \alpha U \cdot R^n + \beta$$

где  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $\beta \in \mathbb{R}$ .

В пунктах а-с считайте  $R_x = 3R$ .

- а) Найдите  $n$ .
- б) Найдите значение  $\beta$ .
- в) Найдите значение  $\alpha$ .
- д) При каком  $R_x$  ток через сопротивления  $2R$  и  $4R$  будет одинаковым? Считать  $R = 2 \text{ Ом}$ .

### 1.4 Плохой Термометр

Арсен купил на Скамито термометр и решил испытать его на своей кухне. Температура в комнате была комнатной, ровно  $t_{\text{комнаты}} = 20^\circ \text{C}$ .

В первом опыте, Арсен нагрел  $V = 0.5$  литров воды, ратем он остудил градусник до комнатной температуры и положил его в воду, а через некоторое время он показал  $t' = 42^\circ \text{C}$ . Начальная температура воды была  $t_a = 40^\circ \text{C}$ . Во втором опыте, Арсен передал воде объемом  $V = 1\text{л}$  тепло, равное  $Q = 850$  Дж. Начальная температура воды  $t_0 = 38^\circ \text{C}$ . Градусник показал  $t_1 = 40^\circ \text{C}$ .

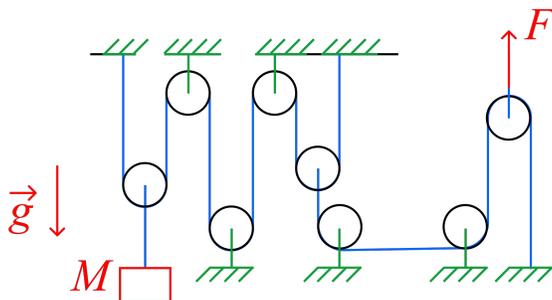
- Найдите теплоёмкость  $c$  термометра.
- Сколько энергии затратил Арсен на нагрев воды в первом опыте, теплообменом с окружающей средой можно пренебречь?
- Если оставить воду на долгое время, чему станет равна её температура?

### 1.5 Что Если?

Представим, что от 10% молекул из которых состоит человек, отобрали по одному электрону. Оцените кулоновскую силу на человека от заряда  $q = 1$  Кл, который находится на диаметрально противоположной стороне Земли. Считайте человека точечным и полностью состоящим из воды. Средняя масса человека 70 кг.

### 1.6 Оптимальная Система

Систему блоков, изображенную на рисунке, используют для поднятия груза массой  $M$ . Все верёвки считать нерастяжимыми и лёгкими; блоки лёгкие и некоторые из них закреплены.



- Найти максимальную массу груза, который можно поднять если другую верёвку тянут вверх силой  $F = 100$  Н.

б) Если груз максимальной массы поднялся вверх на 1 метр, то на какое расстояние сместилась верёвка, которую тянут?

с) Какой выигрыш в работе получается с этой системой? (дать ответ в процентах)

### 1.7 Всплыло

На дне озера формируется пузырёк газа из аргона радиусом  $r = 5$  см. Он медленно всплывает так, что его температура всегда равна температуре воды. Глубина озера  $r = 20$  м. Поверхностным натяжением пренебречь.

### 1.8 Потенциально Странно...

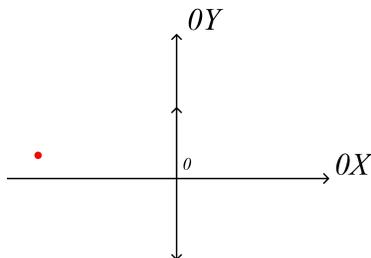
Малолетний внук Николы Теслы нашёл в его тайных архивах плоский конденсатор с зарядом  $q = 10$  мКл и напряжением  $U = 100$  В, расстояние между обкладками равно  $d = 0.1$  м.

а) Какую работу необходимо совершить чтобы сломать конденсатор? Для того чтобы сломать конденсатор необходимо отдалить его обкладки на большое расстояние друг от друга.

б) Какую работу надо совершить чтобы поместить заряд  $q' = 100$  мкКл из бесконечности на положительную обкладку конденсатора? Ответ дайте в миллиджоулях.

### 1.9 Показалось

Приведена оптическая система, как на рисунке с координатами. Фокусное расстояние собирающей линзы  $F = 20$  см. В системе есть точечный объект (красная точка) с координатами:  $y_0 = 10$  см;  $x_0 = -30$  см.



Найти координаты изображения предмета:

a)  $x_0$ ?

b)  $y_0$ ?

Теперь, объект начинает двигаться вверх вдоль оси  $Y$  со скоростью  $V = 2$  см/с.

c) Найти скорость движения изображения.

На этот раз, объект покоится и движется только линза. Собирающая линза движется вниз вдоль оси  $Y$  со скоростью  $V = 2$  см/с.

d) Найти скорость движения изображения.

Наконец, движется и объект, и линза как в прошлых пунктах со скоростью  $V = 2$  см/с.

e) Найти скорость изображения.

### 1.10 Небесные Фантазии

Данная задача тестового формата, ответьте "Да/Нет" для подпунктов a-d, а в подпунктах e-g для ответа «увеличивается» введите; '+' для «уменьшается» введите '-'; для «не меняется» введите '0'.

Для любой системы тел движущихся под действием гравитационного поля: по теореме Виряла если траектория тел замкнутая, то средняя кинетическая энергия системы пропорциональна Средней потенциальной энергии.

Причём коэффициент пропорциональности зависит от степени расстояния.

$$\langle K \rangle = n \langle U \rangle$$

Где  $K$  — кинетическая энергия,  $U$  — потенциальная энергия, а под средней энергией понимается среднее значение за полный период.

а) Рассмотрев частный случай круговой орбиты, найдите коэффициент пропорциональности  $n$ .

Работает ли теорема Вириала для системы Земля-спутник, если спутник запустили со скоростью равной:

b) Первой космической.

c) Второй космической.

d)  $\vec{V}$ , такой что  $\frac{mV^2}{2} = |U|$ .

Теперь, рассмотрим спутник, который движется по траектории в виде эллипса вокруг земли. Из-за атмосферы вблизи планеты на спутник действует малая сила трения, противоположно направлению движения. Рассмотрите влияние этой силы на движение спутника, ответив на следующие вопросы:

e) Как меняется потенциальная энергия спутника  $U$ ?

f) Как меняется характерное расстояние от спутника до земли? (характерный размер траектории)

g) Как меняется скорость спутника?

## 2 Решения Задач

### 2.1 Оригинальная Задача

Воспользуемся Законом Сохранения Энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh_0 = \frac{mV_{min}^2}{2} + mgh_{max} \quad (1)$$

Теперь найдём  $h_{max}$ :

$$h_{max} = h_0 + v_{0y}t - \frac{gt^2}{2} \quad (2)$$

Выразим вертикальную компоненту и найдём её значение.

$$\frac{v_{oy}^2 + v_{min}^2}{2} = \frac{v_{min}^2}{2} + gt v_{oy} - \frac{(gt)^2}{2} \quad (3)$$

Выразим  $v_{oy}$ :

$$v_{oy} = -\frac{b}{2a} = gt = 8 \text{ м/с} \quad (4)$$

И, наконец, полная начальная скорость:

$$v_0 = \sqrt{x_{0y}^2 + y_{0x}^2} = 10 \text{ м/с} \quad (5)$$

б) Теперь найти искомый угол не составит трудностей:

$$\text{tg } \alpha = \frac{v_y}{v_x} = 1.33 \quad (6)$$

## 2.2 Crossy Road

а) Найдём время, за которое машины доедут до траектории движения Ильяса:

$$t_1 = \frac{l}{U} = 4.875 \text{ с} \quad (7)$$

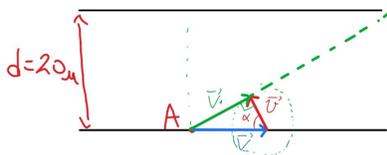
За это же время Ильяс пройдёт:

$$s = Vt_1 = 19.5 \text{ м} \quad (8)$$

И не хватило ему пройти до конца дороги:

$$\Delta d = 0.5 \text{ м} \quad (9)$$

б) Перейдём в систему отсчёта машин, в ней скорость Ильяса будет суммой векторов обратной скорости машин и скорости самого Ильяса.



Скорость Ильяса может быть направлена куда угодно, и конец вектора будет на окружности радиуса  $v$ . Из рисунка и геометрических соображений можно понять, что минимальное перемещение в сторону машин будет, когда скорость Ильяса перпендикулярна суммарной скорости (суммарная скорость касается окружности, на которой может находиться конец вектора скорости Ильяса).

Отсюда угол альфа:

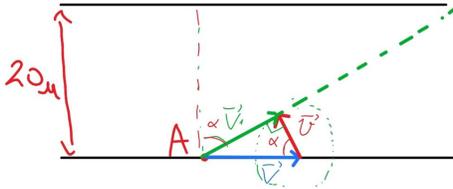
$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{V^2 - v^2}}{V} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (10)$$

Перейдём в систему отсчёта Земли. В ней Ильяс пройдёт перпендикулярно улице  $d = 20$  м; перпендикуляр к улице и траектория Ильяса образуют прямоугольный треугольник, где путь — это гипотенуза, а  $d$  — это противолежащий катет к  $\alpha$ .

Поэтому:

$$S = \frac{d}{\sin \alpha} = 23.09 \text{ м} \quad (11)$$

с) Перейдём в систему отсчёта машин и определим перемещение Ильяса в их сторону.



Заметим что угол между суммарной скоростью и перпендикуляром к дороге - угол  $\alpha$ . Тогда перемещение вдоль улицы:

$$s_1 = d \operatorname{tg} \alpha = 34.64 \text{ м} \quad (12)$$

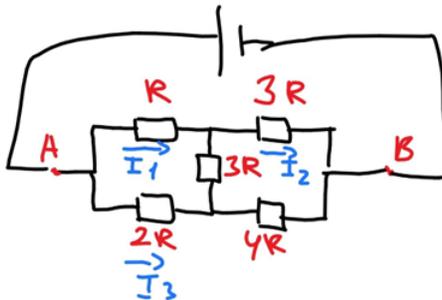
Это перемещение вдоль дороги в системе машин. Если начальное расстояние до машин будет меньше этого, то Ильяса собьют при переходе дороги.

### 2.3 Скванные одной цепью

а) Чтобы первый член справа в уравнении был размерности силы тока [А], необходимо получить величину размерностью [В/Ом]. Поэтому и  $n = -1$ .

б) При  $U = 0$  ток через контур течь не будет, отсюда легко найти что  $\beta = 0$ .

с) Расставим токи и запишем уравнения по правилам Киргофа.



Рассмотрим контур источник-верхняя часть цепи:

$$U = R \cdot I_1 + 3R \cdot I_2 \quad (13)$$

А теперь нижнюю часть цепи:

$$U = 2R \cdot I_3 + 4R \cdot (I_3 + I_1 - I_2) \quad (14)$$

Для левого контура внутри цепи:

$$0 = -R \cdot I_1 - 3R \cdot (I_1 - I_2) + 2R \cdot I_3 \quad (15)$$

Решая систему уравнений, находим:

$$I_1 = \frac{16U}{61R}, I_2 = \frac{15U}{61R}, I_3 = \frac{19U}{122R} \quad (16)$$

Тогда ток через источник:

$$I = I_1 + I_2 = \frac{51U}{122R} \quad (17)$$

И несложно понять что  $\alpha = \frac{51}{122} = 0.418$ .

d) Заметим что цепь представляет из себя мост Уитсона. Для того чтобы токи, протекающие через  $2R$  и  $4R$  были равны, необходим баланс схемы. Тогда заметим, что:

$$\frac{2R}{R} = \frac{4R}{R_x} \quad (18)$$

Отсюда очевидно,  $R_x = 4$  Ом.

## 2.4 Плохой Термометр

a) Тепло от нагрева ушло на изменение температуры воды и градусника:

$$Q = c_B m(t_\alpha - t_0) + c'(t_\alpha - t_{\text{комнаты}}) \quad (19)$$

Отсюда очевидно, что  $c' = 0.5$ .

b) Приведенное тепло ушло на изменение температуры воды и градусника:

$$Q = mc_{\text{воды}} \Delta t_2 + c' \Delta t' = 4211 \text{ Дж} \quad (20)$$

c) В процессе релаксации температура воды станет равной комнатной.



Найдем радиус пузырька на поверхности:

$$3V_1 = V_2 \quad (25)$$

$$r_2 = 3^{\frac{1}{3}} r_1 = 7.21 \text{ м} \quad (26)$$

## 2.8 Потенциально Странно...

а) Отдаляя обкладки конденсаторов друг от друга, по сути мы сводим к нулю потенциальную энергию конденсатора. Тогда работа равна:

$$A_1 = -\Delta U_{2-1} = \frac{qU}{2} = 0.5 \text{ Дж} \quad (27)$$

б) Заметим, что в плоскости проходящей через середину конденсатора, потенциал равен нулю. На бесконечности расстояние стремится к бесконечности и потенциал равен нулю, поэтому чтобы достаточно определить работу над зарядом по перемещению его от середины конденсатора к положительно заряженной пластинке.

$$A_2 = \frac{Eqd}{2} = \frac{qU}{2} = 5 \text{ мДж} \quad (28)$$

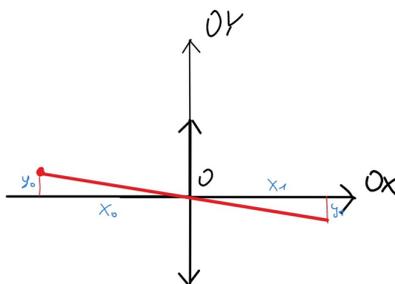
## 2.9 Показалось

а) Воспользуемся формулой общей линзы:

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F} \quad (29)$$

Получаем что,  $f = 60 \text{ см}$ ,  $x_1 = 60$ .

б) Сделаем чертёж.



Заметим, что треугольники подобны,  $x$  увеличилось в два раза, следовательно  $y$  также увеличиться в два раза. Следовательно,  $y = -20 \text{ см}$ .

с) Из подобия треугольников, скорость изображения по оси  $u$  будет в два раза больше.

d) Перейдём в систему отсчета линзы, тогда тело движется вниз с  $v_1 = -2$  м/с, продолжая вектор скорости на побочной оси находим что скорость изображения:  $v_2 = 4$  м/с. Вернёмся в лабораторную систему отсчета и понимаем что скорость изображения  $v = 6$  м/с.

e) Суммарная скорость, учитывая предыдущие подпункты,  $v_3 = 10$  м/с

## 2.10 Небесные Фантазии

a) При движении по круговой траектории радиусом  $R$ , потенциальная энергия равна:

$$U = -G \frac{Mm}{R} \quad (30)$$

В свою очередь кинетическую энергию можно хитрым образом найти через Второй Закон Ньютона:

$$\frac{mv^2}{R} = G \frac{Mm}{R^2} \quad ||\text{сократим } R \text{ и домножим обе части на } 2|| \quad (31)$$

$$\frac{mv^2}{2} = -\frac{1}{2} G \frac{mM}{R}$$

К такому же результату можно прийти если проинтегрировать Второй Закон Ньютона после скалярного умножения на  $d\vec{s}$ .

И конечно  $n = -\frac{1}{2}$ .

b) Да, тело будет двигаться по замкнутой орбите вокруг Земли под действием консервативной силы.

с) Нет, тело окажется вне действия гравитационной силы, траектория незамкнута.

d) Нет, аналогично предыдущему пункту траектория незамкнута.

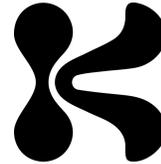
e) Так как сила диссипации пренебрежимо мала в течении одного периода, теорема Вириала продолжит работать. Тогда полная энергия:

$$w = K + U = U(1 + n) = U\left(1 - \frac{1}{2}\right) \quad (32)$$

Конечно, в дальнейшем, из-за потерь механическая энергия будет уменьшаться, а за ней и потенциальная, однако по модулю значение потенциальной энергии будет расти. Так что ответ: '>'.

f) Потенциальная энергия обратно пропорциональна характерному рассто-

янию. Если модуль потенциальной энергии растёт, то характерный размер уменьшается. Ответ: '-'.  
g) Из теоремы Вириала видно, что если модуль потенциальной энергии растёт, то растёт и кинетическая энергия. Ответ: '+'.  
Партнёры Астанинских Физических Боёв



## Ищите нас

- Наш Вебсайт!!
- Мы в телеграме
- Мы в инстаграм